Dennis Busch's Humanoiden-Schema Anhang C: Zeichentechniken
(diese Seite ist für das Inhaltsverzeichnis reserviert)

Inhalt (zuletzt aktualisiert am 25.06.02)

Abschätzen von Längenteilen

Häufig kommt es darauf an, Längen abzuschätzen und irgendwelche Bereiche in kleinere Bereiche einzuteilen.
Weil man schließlich nicht jedesmal exakt ausrechnen will, wie groß eine Unterteilung ist, ist es hilfreich, wenn man in der Lage ist, so genau wie möglich Längen abzuschätzen und in gleich große Teile zu teilen.
Ich werde jetzt ein paar einfache Methoden zum Einteilen von Linien beschreiben.
Jede Unterteilung, die durch eine Kombination der schon beschriebenen Teilungen zu erreichen ist werde ich nicht noch mal extra erklären.

1.) Halbieren:
Das Halbieren ist sehr einfach. Entweder kann man das einfach so im Kopf, oder aber man nimmt seinen Bleistift, hält ihn an den Anfang der Linie, die man halbieren will und fährt dann die Linie entlang (ohne zu zeichnen), bis einem die Teile der Linie neben der Bleistiftspitze gleich groß erscheinen. Dort macht man dann eine kleine Markierung.
Halbierung beendet.

2.) Dritteln:
Dritteln kann man meistens auch noch so im Kopf und falls nicht, dann benötigt man zwei Bleistifte. Man setzt beide Bleistiftspitzen jeweils an einem Ende der zu drittelnden Linie an und bewegt dann beide Bleistifte gleichzeitig aufeinander zu, bis einem die drei Bereiche der Linie neben und zwischen den Bleistiften gleich groß erscheinen.
Man setzt zwei Markierungen und schon ist auch das Dritteln gemeistert.

3.) Fünfteln:
Man beginnt wie beim Halbieren, jedoch fährt man, nachdem man die Mitte erreicht hat, noch etwas weiter bis einem die beiden Bereiche im Verhältnis 3 zu 2 erscheinen.
Dann drittelt man den grösseren Bereich und halbiert den kleineren. Sind jetzt alle Bereiche gleich groß, ist man fertig, sind sie verschieden groß beginnt man noch mal von vorne, oder korrigiert nur ein bischen.

4.) Siebteln:
Wie beim Fünfteln nur dass man diesmal das Verhältnis 4 zu 3 abschätzt, dann vierteln und dritteln.

5.) Elfteln:
Nun mal ernsthaft, wann kommt es schon mal vor, dass man einen Bereich elfteln will?!?
Falls man doch mal in die Verlegenheit kommt: Verhältnis 9 zu 2 und dann blablabla...
Ich höre jetzt hier auf, denn inzwischen ist es eigentlich schon klar wie man im Allgemeinen vorgehen kann.
So Manchem ist es vielleicht aufgefallen: Bei allen Teilungen, bei denen der Nenner eine Primzahl ist (außer bei einhalb und eindrittel) muß man zuerst ein bestimmtes Verhältnis von zwei Teilen abschätzen und kann dann erst mit einfacheren Teilungen fortfahren.

Interpolation
Was ist überhaupt Interpolation?
Allgemein gesehen, würde ich es so definieren:
Interpolation ist die Methode, die dazu dient, um von 2 oder mehr Ausgangswerten, die nicht notwendigerweise verschieden sein müssen, einen Zwischenwert zu bestimmen, wobei, wenn die Ausgangswerte mehr als eine Eigenschaft haben, vor der Interpolation festgelegt werden muß, welche Eigenschaften der Ausgangswerte interpoliert werden sollen.

Beispiel aus der Mathematik:
Ausgangswert A) die Zahl 3   Ausgangswert B) die Zahl 9
zu interpolierende Eigenschaft: Absoluter Betrag
Rechnung: 3 + ((9-3) / 2) = 3 + (6/2) = 3 + 3 = 6
Ergebnis: Der im Hinblick auf den absoluten Betrag interpolierte Wert von 3 und 9 ist 6.

Beispiel aus der Welt der Computer-Farben:
Das Bild auf einem Computermonitor wird durch sehr viele nebeneinander liegende Bildzellen (engl.: PictureCell kurz: Pic-cell –> Pixel) erzeugt. Jede dieser Pixels hat einen eigenen Farbwert, der durch das Mischen von Rotlicht, Grünlicht und Blaulicht entsteht.
Um einen Farbwert exakt zu definieren schreibt man üblicherweise hintereinander die drei Lichtintensitäten von Rot, Grün und Blau auf.
Dabei reicht die Intensität von 0 (0%) bis 255 (100%).
Rot wäre zum Beispiel RGB(255,0,0) (maximale Rotintensität, kein Grün und kein Blau)
Nun das eigentliche Beispiel:
Ausgangswerte: A) die Farbe RGB(100,50,50) B) die Farbe RGB(200,30,30)
Diese Ausgangswerte haben auf den ersten Blick drei Eigenschaften, nämlich die verschiedenen Farbintensitäten. In Wahrheit kann man jedoch für diese Ausgangswerte noch weitere Eigenschaften berechnen (z.B. Farbton, Leuchtkraft, Helligkeit etc.)
zu interpolierende Eigenschaft: die absolute Helligkeit (aHell)
Rechnung:
Zur Berechnung der interpolierten Helligkeit nehme ich jetzt mal an, dass sich die absolute Helligkeit durch Addition der einzelnen Lichtintensitäten ergibt, was natürlich nur eine Vereinfachung darstellt und möglicherweise nicht der Realität entspricht.
aHell von A = 100+50+50 = 200   aHell von B = 200+30+30 = 260
aHell von AB interpoliert = 200 + ((260-200)/2)) = 230
Es ist Zufall, dass die 230 hier gerade kleiner als 255 sind. Die 230 ist zwar schon das Ergebnis für die interpolierte absolute Helligkeit, muß aber noch aus dem Bereich 0 bis 3*255(max. Hell.)auf den Bereich 0 bis 255 heruntergerechnet(prozentuiert) werden.
Also: (230 / 765) * 255 = 76,666...67 gerundet 77. (ca. 30% absolute Helligkeit)
Da wir als interpolierten Wert natürlich auch eine Farbe brauchen, müssen wir dieses Ergebnis für alle Intensitäten einsetzen, also RGB(77,77,77).
Es ist zu beachten, dass diese Farbe NICHT die FARBE, die zwischen den beiden Ausgangsfarben liegt darstellt, sondern die HELLIGKEIT, die zwischen den beiden Helligkeiten der Ausgangsfarben liegt. Wenn man die dazwischen liegende Farbe haben will, muß man lediglich einzeln die Werte von R,G und B interpolieren und einsetzen.
Ergebnis:
Die interpolierte absolute Helligkeit der Farben RGB(100,50,50) und RGB(200,30,30), läßt sich mit dem Grauton RGB(77,77,77) beschreiben.

Was hat das jetzt alles mit dem Zeichnen zu tun?!?
Eine berechtigte Frage, die wahrscheinlich von den meisten Hirnakrobaten, die bereits erkannt haben, dass ALLES mit ALLEM zusammenhängt, gar nicht erst gestellt wird.

Man kann interpolieren was man will!!!
Eigentlich sagt das meine allgemeine Definition der Interpolation bereits.
Aber es gab wahrscheinlich viele, die diese Definition nicht richtig verstanden haben, da sie bei dem Begriff „Ausgangswert" sofort nur in den ihnen bekannten beschränkten Bahnen an irgendwelche Zahlen gedacht haben.
Dabei ist „Wert" doch nur ein Platzhalter für ein beliebiges Etwas.

Beim Zeichnen kann ein Wert alles Mögliche sein: Eine Farbe, ein Punkt, ein Strich oder sogar die gesamte Zeichnung kann als ein einziger Wert mit unendlich vielen Eigenschaften betrachtet werden. Man könnte sogar die ganze Welt oder das ganze Universum als einen einzigen Wert betrachten. Einen Wert mit unendlich vielen Eigenschaften. Wenn es also zwei Welten gibt, könnte man daraus eine weitere interpolativ berechnen, aber ich schweife ab...

Zurück zum Zeichnen:
Interpolation beim Zeichnen kann auf vielerlei Art und Weise benutzt werden.
Ich beschäftigte mich hier jedoch ausschließlich mit der Interpolation von ganzen Bildern, oder Teilen davon, wobei die zu interpolierende Eigenschaft immer das Erscheinungsbild des Bildes ist.

Beispiel für 2D Bild-Interpolation:
Man stelle sich einmal folgende Bilder vor:
A) einen senkrechten Strich mit der Länge 1, der auf einer Ebene steht
B) einen waagerechten Strich mit der Länge 2, der auf einer Ebene liegt
Das interpolierte Erscheinungsbild wäre demnach wohl ein im 45° Winkel stehender Strich mit der Länge 1,5.

Noch ein Beispiel für 2D Bild-Interpolation:
A) ein Kreis mit dem Radius 2
B) eine Ellipse mit den Durchmessern 6 Länge und 2 Höhe und die ganze Ellipse noch um 30° um ihren eigenen Mittelpunkt nach links rotiert.
Das interpolierte Erscheinungsbild wäre eine Ellipse mit dem Längendurchmesser 5 und dem Höhendurchmesser 2 und sie wäre um 15° um ihren eigenen Mittelpunkt nach links rotiert.

Man kann natürlich auch 2D-Bilder interpolieren, die nicht so simpel gestrickt sind, wie in diesen Beispielen(Fotos etc.), dafür sollte man jedoch lieber einen Computer benutzen und sich irgendein Morph-Programm beschaffen.

Diese Erklärung für die Interpolation von Bildern hier dient lediglich dazu, dass du eine Vorstellung davon bekommst was ich mit Interpolation beim Zeichnen überhaupt meine und damit du das nötige Werkzeug verstehst, dass du zum herleiten von 3D-Ansichten benötigst.
Falls du diesen Satz nicht verstanden hast:
„Interpolation ist das geistige Werkzeug, dass beim Zeichnen u.a. dazu dient um 3D-Ansichten zu erzeugen." Und ich setze noch schnell eine wichtige Erkenntnis dazu:
„Beim Zeichnen kommt es nicht nur auf materielle Werkzeuge an, sondern auch auf geistige! Somit sind deine wichtigsten Werkzeuge dein Bleistift UND dein Hirn!"

Herleiten von 3D-Ansichten

Du kennst das bestimmt...
Du willst etwas zeichnen, dass bereits irgendwo abgebildet ist, jedoch hat der Fotograf oder der Zeichner das Objekt nicht in einer natürlichen Ansicht abgebildet, sondern nur in einer absoluten 2D Ansicht, die das Objekt nur von genau einer Seite zeigt.
Jetzt gibt es drei Möglichkeiten.
Erstens:
Du hast das Objekt schon einmal in natura gesehen und kannst dir deshalb gut vorstellen, wie es aussieht und du benutzt die Abbildung nur zur Kontrolle von bestimmten Aspekten.
Zweitens:
Du hast eine gute Vorstellungskraft und zeichnest das Objekt einfach nach deinen Vorstellungen und riskierst dabei lediglich, dass das Ergebnis nicht ganz dem Original entspricht.
Drittens:
Du hast Glück, denn da sind noch weitere Abbildungen, die das Objekt auch von den anderen Seiten (hinten,vorne,oben,unten,links,rechts) zeigen.

Bei erstens und zweitens kommst du mit deiner Vorstellung ganz gut klar, besser ist jedoch die dritte Möglichkeit, denn mit den verschiedenen Abbildungen, kannst du nun eine 3D Ansicht herleiten(interpolieren).
Doch bevor es so weit ist, gilt es noch eine kleine Schwierigkeit zu überwinden.

Problem:
Ein Blatt Papier ist zweidimensional und man muß irgendwie den dreidimensionalen Raum auf zwei Dimensionen herunterpressen.

komplexe Lösung:
Man könnte jetzt mit einem rechnerisch sehr aufwendigen Projektionsverfahren sämtliche Punkte von 3D-Koordinaten auf 2D-Koordinaten umrechnen. Das Bestimmen der 3D Koordinaten wäre noch schnell und einfach zu machen. Das Definieren einer Bildebene und einer Kameraposition ist auch noch simpel. Dann müßte man allerdings von jedem einzelnen Punkt aus einen Vektor zur Kameraposition aufspannen und anschließend den Schnittpunkt zwischen diesem Projektionsvektor und der Bildebene berechnen, dann dessen Position auf der Bildebene lokalisieren und auf das Papier übertragen.
Der Nachteil hierbei liegt natürlich klar auf der Hand. Es ist zum Zeichnen viel zu langwierig. Diese Methode ist daher nur dazu geeignet um am Computer ein Programm zu schreiben, welches dreidimensionale Objekte auf dem zweidimensionalen Bildschirm darstellt. Man könnte dieses Projektionsverfahren auch mit mehreren Zeichnungen rein zeichnerisch mit geometrischen Konstruktionsmethoden durchführen. Das würde aber noch viel länger dauern als das Rechnen und wäre zudem viel zu unübersichtlich.

einfache Lösung:
Man definiert für jedes Objekt, dass man dreidimensional darstellen will einen extra 3D-Raum innerhalb des zweidimensionalen Blattes und orientiert sich dann an dessen Randlinien. Die Randlinien bestimmen die Lage des Objektes im 3D-Raum und dienen dazu um die zweidimensionale Fläche des Papiers zu durchbrechen.

Ich werde deshalb jetzt, bevor ich die Herleitung von 3D-Ansichten erkläre, zunächst erklären, wie ich einen 3D-Raum zum Zeichnen auf einem 2D-Papier definieren würde. Dabei wird es jetzt gleich ein bischen mathematisch, allerdings nicht besonders umfangreich und noch lange nicht so komplex wie bei der Projektionsmethode.

Und allen denjenigen, die schon bei dem Wort „Mathe“ Schweissausbrüche und Denkblockaden kriegen, habe ich Folgendes zu sagen:

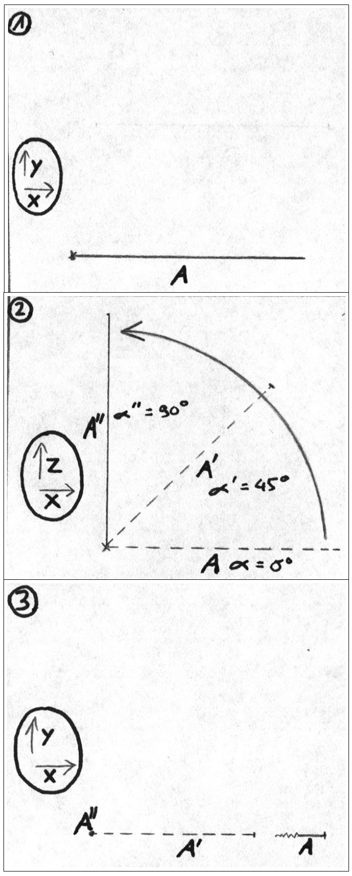
„Mathe ist dein Freund!“
„Mathe ist nicht schwierig, sondern logisch!“
„Mathe ist das mächtigste geistige Zeichenwerkzeug der Welt, sogar noch mächtiger als dein Bleistift oder dein Radierer!“

Du willst doch nicht auf das mächtigste Werkzeug der Welt verzichten müssen, oder?!
Schnapp' dir einfach mal ein paar Bücher zu den Themen Trigonometrie, Geometrie, Analytische Geometrie und vielleicht noch Analysis und Komplexe Zahlen.
Lies dir alles in Ruhe durch, lass es dir aber nicht von irgendwem erklären, sondern lies nur deine Bücher und kontrolliere dich selbst, denn das ist häufig der einzige Weg um wirklich etwas zu verstehen. Auf Lehrer, die dir ständig sagen wie blöd du bist kannst du sehr gut verzichten, sie halten dich nur davon ab etwas zu lernen.
Lerne keine Formeln auswendig, denn das bringt nichts.
Formeln sind passives, totes Wissen und völlig wertlos. Selber denken macht klug!
Versuche die Prinzipien, die Wege und die Methoden zu verstehen, und lerne diese.
Prinzipien, Wege und Methoden sind aktives, lebendiges Wissen, dass du kreativ anwenden und beliebig weiterentwickeln kannst. Wenn du in der Lage bist das aktive Wissen anzuwenden, dann kannst du auch ziemlich sicher sein, dass du etwas gelernt und verstanden hast. Wenn du jedoch nur die Formel auswendig gelernt hast, bedeutet das gar nichts. Jeder Hornochse kann ein paar Werte in eine Formel einhacken und muß deshalb aber noch lange nicht verstanden haben, was er da eigentlich tut.

„Echte Zeichner/innen fürchten sich nicht vor der Mathematik, sondern bedienen sich an ihren phantastischen Möglichkeiten!“

Los geht's:

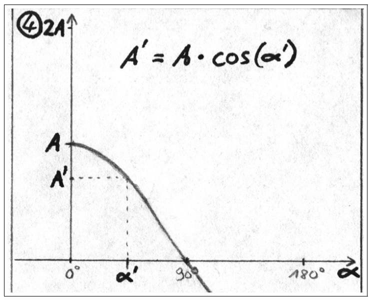
1.) <u>Drehen einer Linie um die y-Achse</u>



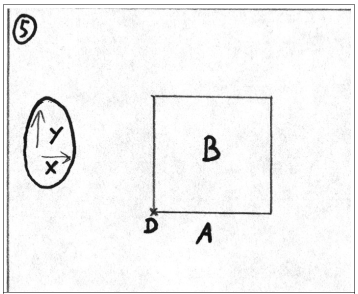
Man stelle sich einmal eine ganz normale Linie vor, die sich einem in ihrer vollen Länge (A) präsentiert und die man exakt horizontal anstarrt.
Diese Linie bestimmt man grundsätzlich zuerst, wenn man damit beginnt die 3D-Lage eines Objektes zu definieren.
(Ich benutze 3-Achsen für die folgenden Abbildungen
x = waagerecht / y = senkrecht / z = orthogonal zu x und y)

Jetzt stelle man sich vor, man dreht diese Linie, um ihren Anfangspunkt nach hinten. (Das Bild (2) zeigt Bild (1) von oben betrachtet.)
Ich habe hier zweimal gedreht.
A' ist A um 45° nach hinten geklappt.
A'' ist A um 90° nach hinten geklappt.

Wieder von „vorne“ betrachtet ändert sich am Winkel von A überhaupt nichts, aber die nach hinten geklappten Linien(A'u.A'') erscheinen kürzer als nicht nicht geklappte Linie A.
A'' ist sogar gar nicht mehr zu sehen, oder nur als Punkt.
Der grösste Denkfehler, den man jetzt machen könnte, wäre zu sagen: „45° Grad ist die Hälfte von 90° und weil bei 90° die Linie gar nicht mehr zu sehen ist, muß sie bei 45° wohl halb so lang sein...“ **FALSCHER GEHT'S NICHT!!!**

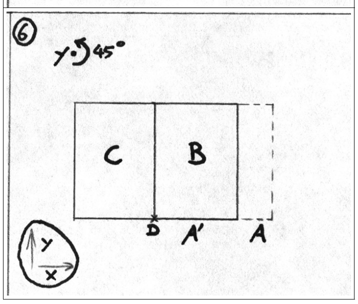


Richtig ist sich zu überlegen: „Bei 0° hat die Linie ihre volle natürliche Länge und bei 90° hat sie die Länge 0... also muß ich einen vom Drehwinkel abhängigen Umrechnungsfaktor finden, der bei 90° genau 0 ist und bei 0° genau 1.“
Und einfach wie das Leben nun mal ist, braucht man gar nicht lange nach einem solchen Faktor suchen, geschweige denn erst eine solche Funktion herleiten, denn es gibt sie bereits.
Die gute alte Cosinus-Funktion erfüllt nämlich genau diese Forderung.
==> **A' = A x cos(▯')** *(x ist nicht „Icks“, sondern „mal“)*
Das ist die erste Rechnung, die man benötigt, um einen einfachen 3D-Raum (der allerdings bis jetzt nur um den y-Achsenvektor gedreht ist) zu definieren.

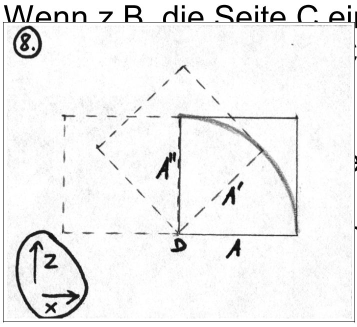


Natürlich beschreibt eine einzige Linie noch keinen Raum, daher dreht man besser einen Würfel oder einen Kasten, für den man allerdings die gleiche Rechnung benutzen kann.

D ist hier der Punkt, um den ich drehe.
A ist die vordere untere Kante des Würfels und B ist die einzige sichtbare Seitenfläche.



Jetzt habe ich um 45° gedreht, was dazu geführt hat, dass die Länge A sich auf A' = A x cos(45°) verkürzt hat. Dadurch erscheint auch B nicht mehr so breit. C ist eine weitere Seitenfläche des Würfels, die durch die Drehung zum Vorschein kommt.
<u>Achtung:</u> Dass die Länge der Unterkante von C hier gleich lang ist wie A', liegt daran, weil ich um 45° Grad gedreht habe und weil es sich hierbei um einen Würfel handelt.
Hätte ich z.B. nur um 20° gedreht, müßte ich für C die Breite extra berechnen.
C' = A x cos(90°+20°), weil der Winkel von C nun mal am Anfang bereits 90° beträgt.
Man bekommt hier ein negatives Ergebnis heraus, was im Klartext bedeutet, dass C' in der Zeichnung in die entgegengesetzte Richtung von A zeigen muß.
Wenn man statt eines Würfels einen Kasten mit verschiedenen Kantenlängen drehen will, muß man natürlich entsprechend den verschiedenen Längen rechnen.
Wenn z.B. die Seite C eine andere Breite hat als A, dann rechnet man natürlich nicht
x cos(ausgangswinkel+drehwinkel).



, dann ist die Seite B überhaupt nicht
ite C ist nun „vorne“.
A'' = 0 verkürzt und ist hier nur als Punkt
ie mit der Länge 0 eben nur als Punkt

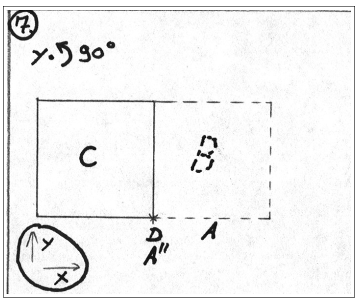
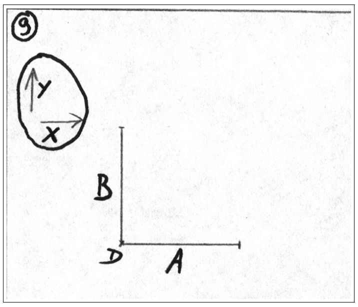
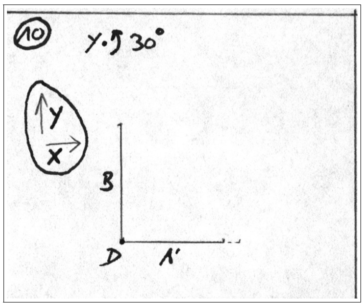


Bild (8) zeigt zur besseren Vorstellung noch mal Bild (5) bis (7) von „oben“.
A' ist der Würfel aus Bild (6) und A'' der Würfel aus Bild (7).
<u>Ich nenne das Drehen um die y-Achse schlicht „Drehen“.</u>

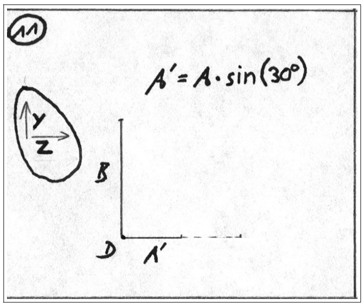
2.) <u>Drehen(y-Achse) und Kippen(x-Achse)</u>
Da man durch das Drehen um nur eine Achse noch keine besonders dreidimensional erscheinende Zeichnung erhält, sollte man wenigstens noch um eine weitere Achse drehen.



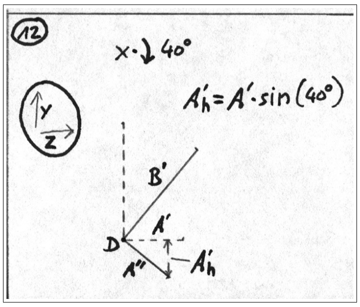
Dieses Bild (9) zeigt zwei Linien (A,B), die gleich lang und orthogonal zueinander sind. Diese sollen jetzt um den Punkt D gedreht werden.
Zunächst um die y-Achse und dann noch um die x-Achse.
<u>Ich nenne das Drehen um die x-Achse schlicht „Kippen“.</u>



A verändert sich von „vorne“ gesehen, genau so, wie bereits beschrieben. (hier: A'=A x cos(30°))
B ist von der Drehung um die y-Achse nicht betroffen, da B direkt auf der y-Achse liegt und sich deshalb nur um seine eigene Achse dreht.

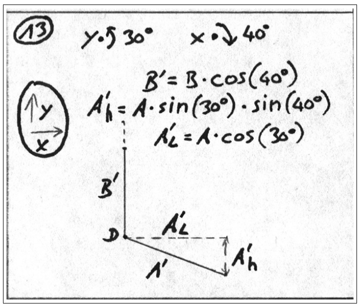


Um zu verstehen, wie sich A noch weiter verändert, wenn man nun noch um die x-Achse kippt, muß man zunächst betrachten, wie das um die y-Achse gedrehte Bild von der „Seite“ erscheint. A ist nach hinten um 30° gedreht. Bei 90° müßte für die Länge wieder A rauskommen. Bei 0° dürfte nur ein Punkt zu sehen sein. Wie oben muß man sich hierfür jetzt einen Umrechnungsfaktor überlegen. Diesmal ist das natürlich sin(▯).
A'=A x sin(▯)



Weiterhin von der „Seite“ gesehen kippe ich jetzt B um 40° um die x-Achse nach hinten.

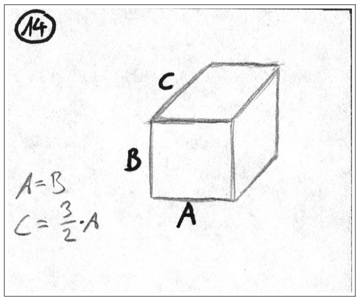
Da A, als Bedingung auch weiterhin orthogonal zu B sein soll, muß A' sich mitdrehen, dabei interessiert mich natürlich (für die Ansicht von „vorne“) nur die Höhe A'_h.
Diese müßte für 90° genau A' sein und für 0° genau 0.
Also schon wieder sinus als Faktor.
A'_h = A' x sin(▯)



Wieder zurück zur „Vorderansicht“.
B verändert sich beim Kippen, wie A beim Drehen, was wieder logisch ist, da wenn B um 90° gekippt würde, es nur noch ein Punkt sein dürfte (hier: B' = B x cos(40°)).
A verändert sich beim reinen Drehen zunächst nur in der scheinbaren „Länge“ (hier: A'_L = A x cos(30°)).
Zusätzlich verändert sich A aber noch mit dem Kippen von B und diese Veränderung beeinflußt nur die scheinbare „Höhe“ (hier: A'_h = A x sin(30°) x sin(40°) ((11)u.(12) zusammengefasst)).
Allgemein gesehen braucht man also drei Gleichungen, um die Veränderungen beim Drehen und anschließenden Kippen zu berechnen.
A'_L = A x cos(▯) **A'_h = A x sin(▯) x sin(▯)** **B' = B x cos(▯)**
wobei *alpha* der Dreh- und *beta* der Kippwinkel ist.

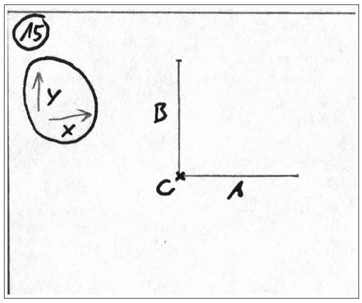
3.) Den dreidimensionalen Raum herstellen Teil 1

Jetzt, da man alle Formel zusammen hat, kann man zum ersten Mal einen vollständigen dreidimensionalen Raum aus dem zweidimensionalen Papier "herausdrehen".
Dazu überlegt man sich zunächst an einer Skizze die Kantenlängen für den Kasten.
Jeder Kasten hat insgesamt drei verschiedene Kantenlängen. Sind die Kanten alle gleich lang, handelt es sich um einen sechsseitigen Würfel, sonst ist es, wie hier, ein Kasten.



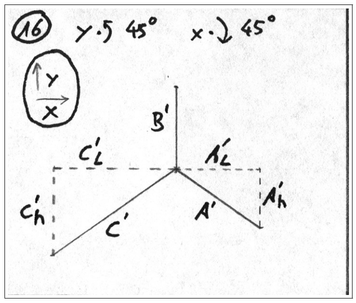
Sind die Kantenlängen festgelegt, kann man anfangen.
Man zeichnet zuerst wieder den Kasten direkt von „vorne“.

Ich habe hier C, als längste Kante nach hinten stehen lassen, deshalb ist sie nur als Punkt sichtbar.
Je nachdem welche Seite man „vorne“ habe will, könnte man natürlich auch A, oder B nach „hinten“ stehen lassen.

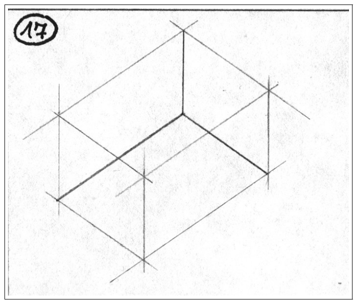


In diesem Beispiel drehe ich den Kasten um 45° und kippe ihn um ebenfalls 45°.
Bei der Berechnung von C'_L muß man daran denken, dass C bereits zu Beginn schon im 90° Winkel zu A nach hinten steht und man deshalb nicht mit cos(45°) multiplizieren darf, sondern mit cos(90°+45°). Entsprechend für C'_h mit sin(90°+45°).
Die Rechnungen, für dieses Beispiel:

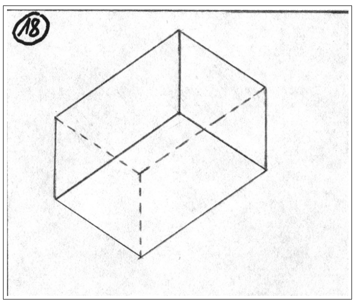
$A'_L = A \times \cos(45°)$ $A'_h = A \times \sin(45°) \times \sin(45°)$
$B' = B \times \cos(45°)$
$C'_L = C \times \cos(90°+45°)$ $C'_h = C \times \sin(90°+45°) \times \sin(45°)$



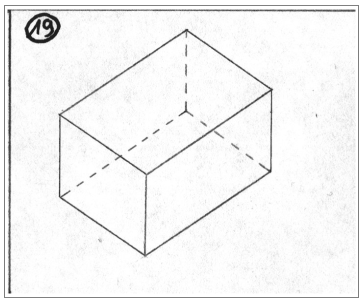
Hat man die veränderten Kanten berechnet und gezeichnet, dann braucht man nur noch ein paar Parallel-verschiebungen vornehmen und schon ist der dreidimensionale Raum fast vollständig fertig definiert.

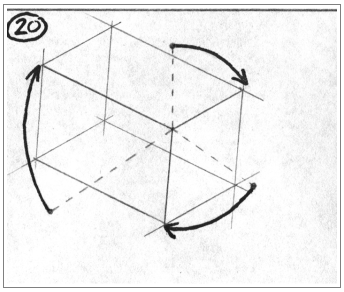


Bei einigen dieser Parallelen kann man nicht sofort die genaue Position bestimmen, daher muß man zuerst andere Parallelen einzeichnen und sich dann an deren Schnittpunkten orientieren.
Am Einfachsten ist es vielleicht zuerst die äußeren B-Parallelen zu zeichnen. Wenn man dann die oberen A- und C-Parallelen dazusetzt, erhält man die ersten Schnittpunkte, die man zur Orientierung der mittleren A- und C-Parallelen benutzt. Als nächstes zeichnet man dann die unteren A- und C-Parallelen und bekommt dadurch einen weiteren Schnittpunkt, der die Lage der letzten B-Parallele bestimmt.

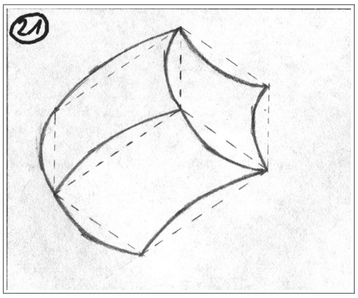


Dadurch, welche der Parallelen man jetzt durchzeichnet oder strichelt, definiert man eindeutig, welche Seiten „vorne“ sind.
Gestrichelt bedeutet unsichtbar.
(Das funktioniert deshalb, weil die Rechnungen für das Drehen oder Kippen nach „vorne“ genau die gleichen wären, wie beim Drehen und Kippen nach hinten!)





Man kann auch noch andere lustige Sachen machen.
Z.B.: Bevor man die Parallelverschiebungen ausführt noch an der z-Achse drehen (Bild 20).
Das Drehen an der z-Achse nenne ich schlicht „Rollen“.



Man rollt um den Punkt, den man auch schon beim Drehen und Kippen verwendet hat,
jedoch braucht man hier nichts zu berechnen, sondern muß lediglich darauf achten, dass man alle Linien in die gleiche Drehrichtung und um den gleichen Winkel verändert.
Bei Bild (21) habe ich mal zum Spaß, nach der Parallelenverschiebung noch die Kanten „verbogen“. Dabei ist dann dieser lustige, verzerrte und elastisch erscheinende „Gummi-Klotz“ herausgekommen.
Warum?! Nur um zu zeigen, dass man diese Dreh-Kipp-Roll-Techniken nicht stur befolgen muß, sondern dass immer und jederzeit die Möglichkeit besteht, meine gegebenen Systeme dort zu verändern und (hier im wahrsten Sinne des Wortes) zu verbiegen, wo man Lust dazu hat und wo es einem die eigene Phantasie erlaubt.

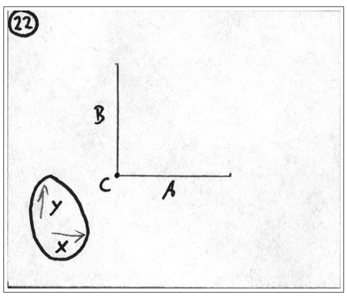
Lass' es mich dir noch einmal in aller Deutlichkeit sagen:
„Die Gedanken sind frei und die Möglichkeiten sind unbegrenzt!“

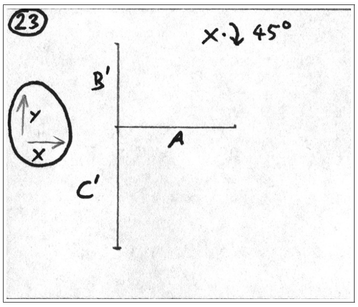
4.) Den dreidimensionalen Raum herstellen Teil 2
Nanu? Waren wir nicht gerade schon fertig? Nein... noch nicht ganz, denn trotzdem man zunächst(allerdings nur wenn man nicht wirklich nachdenkt) annehmen könnte, dass es keinen Unterschied macht, ob man zuerst dreht und dann kippt oder umgekehrt, macht es sehr wohl einen gewaltigen Unterschied. Der besteht nicht nur darin, dass man andere Rechnungen durchführen muss, sondern man kommt auch selbst bei den gleichen Winkeln zu einer völlig anderen Ansicht, wenn man zuerst kippt und dann dreht.
Anschauliches Beispiel:
Halte deinen Bleistift an einem Ende zwischen Daumen und Zeigefinger waagerecht vor deine Augen. Das Ende, das du festhältst soll der Drehpunkt sein.
Drehe jetzt zuerst um 90° nach hinten und kippe dann um 90° nach unten.
Merk dir, was du siehst und stelle wieder die Ausgangssituation her.
Kippe diesmal zuerst um 90° (Ja richtig. Der Bleistift dreht sich nur um seine eigene Achse.) und drehe dann um 90° nach hinten.
Du wirst feststellen, dass beide Ansichten, trotz gleicher Winkel völlig verschieden sind.
Beim Drehen/Kippen solltest du den Bleistift senkrecht vor dir haben.
Beim Kippen/Drehen siehst du nur das festgehaltene Ende, das auf dich zeigt.

So weit so gut. Dann leite ich jetzt wohl mal die Rechnungen her.

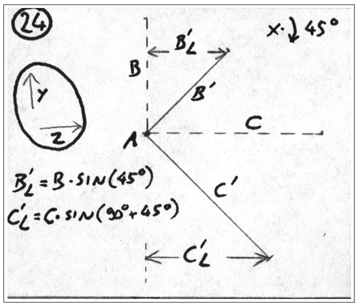
Ich benutze dieselben Kantenlängen, wie in Bild (14).
A = B und C = 3/2 A

Diesmal werde ich jedoch zuerst kippen und anschließend drehen.

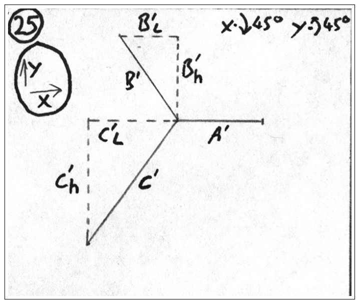




Von dem Kippen um die x-Achse wird A in seiner Erscheinung nicht beeinflußt, da sich A um sich selbst dreht.
Wie sich B und C verändern, sollte inzwischen klar sein.
B müßte beim Kippen um volle 90° verschwunden sein, also ist der Umrechnungsfaktor mal wieder der cos(winkel).
hier: $B' = B \times \cos(45°)$
Bei C muss man wieder bedenken, dass es schon zu Beginn in einem Kippwinkel von 90° steht und daher gilt hier:
$C' = C \times \cos(90°+45°)$

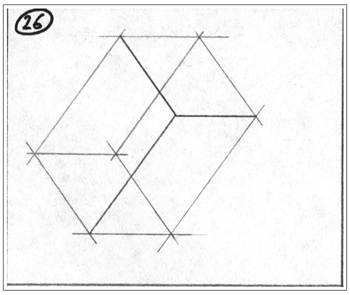
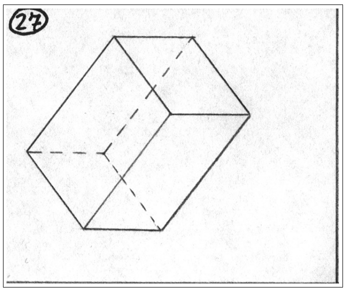
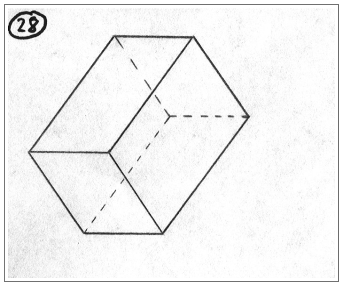


Um die Veränderung beim nachfolgenden Drehen zu verstehen, muss man sich erstmal die gekippte Zeichnung von der „Seite" anschauen.
Für die Vorderansicht interessieren mich B' und C' nicht, aber dessen Abstände der Enden zur Vorderseite B'_L und C'_L.
Denn genau diese Abstände, dienen zur weiteren Berechnung der „Vorderansicht".
Man berechnet diese Abstände mit dem Sinus, was deshalb logisch ist, weil beim Kippen um 90° z.B. B parallel zur z-Achse wäre und damit B'_L gleich B wäre. Hier: $B'_L = B \times \sin(45°)$. Bei C'_L ist wieder mal zu bedenken, dass man den Ausgangswinkel hinzu addieren muss. $C'_L = C \times \sin(90°+45°)$

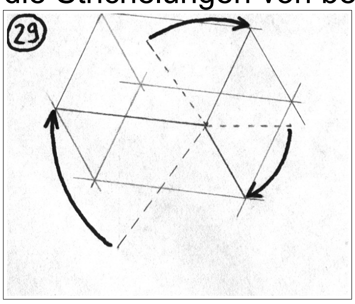


Jetzt wird um 45° gedreht.
Wie sich A zu A' ändert erkläre ich jetzt nicht noch mal extra.
Die Höhen B'_h und C'_h ändern sich nicht weiter und bleiben so wie in Bild (23).
B'_L und C'_L sind die gedrehten Längen aus Bild (24).
Diese muss man wieder mit dem Sinus multiplizieren, damit sie bei 90° ihre volle Länge haben.
Alle Rechnungen für diese Beispiel:
$A' = A \times \cos(45°)$

$B'_L = B \times \sin(45°) \times \sin(45°)$	$B'_h = B \times \cos(45°)$
$C'_L = C \times \sin(90°+45°) \times \sin(45°)$	$C'_h = \lvert C \times \cos(90°+45°)\rvert$

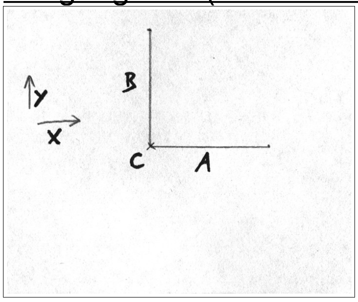
Jetzt braucht man wieder nur noch die Parallelenverschiebungen vorzunehmen und durch die Strichelungen von bestimmten Linien kann man wieder definieren wo „vorne" ist.



Natürlich kann man auch hier vor dem Verschieben der Parallelen noch rollen.

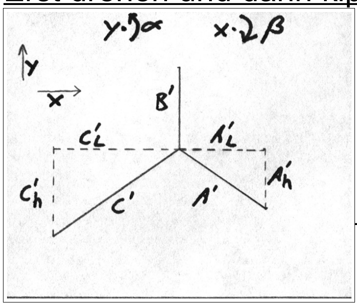
Drehen, Kippen und Rollen im Allgemeinen und auf einen Blick

Ausgangsbild (3 Kanten eines Kastens):



A = Unterkante vorne quer
B = Vorderkante unten nach oben
C = Unterkante vorne nach hinten

Erst drehen und dann kippen:

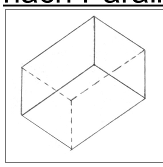
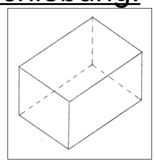
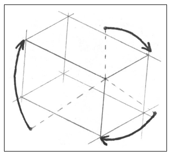


□□= Drehwinkel
□□= Kippwinkel
A'_L = A x cos(□)
A'_h = A x sin(□) x sin(□)
B' = B x cos(□)

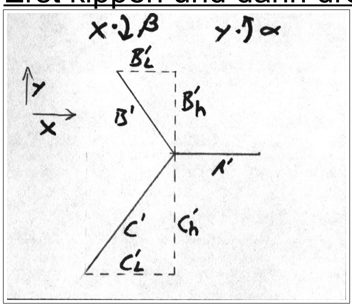
nach dem Rollen:

C'_L = C x cos(90°+□)
C'_h = C x sin(90°+□) x sin(□)

nach Parallelenverschiebung:

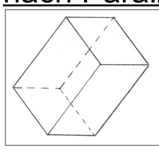
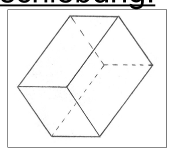




Erst kippen und dann drehen:

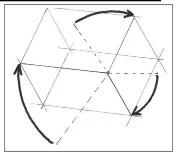


□□= Drehwinkel
□□= Kippwinkel
A' = A x cos(□)
B'_h = B x cos(□)
B'_L = B x sin(□) x sin(□)
C'_h = C x cos(90°+□)
C'_L = C x sin(90°+□) x sin(□)

nach Parallelenverschiebung:

nach dem Rollen:



Zurück zum eigentlichen Kern:
Ich erinnere noch mal daran (weil das schon ein paar Seiten her ist), wofür ich dieses System zum Definieren eines dreidimensionalen Raumes überhaupt brauche, nämlich zum Erstellen von 3D-Ansichten von Objekten, deren Erscheinungsbild man nur von direkten Ansichten(Seite,Vorne,Oben... etc.) her kennt.

Natürlich kann man das System auch dazu benutzen um selbst zuerst nur direkte Ansichten eines ausgedachten Objektes zu entwerfen und dieses dann nachträglich zu einer vollständigen 3D-Ansicht zu erweitern.
Das ist sehr hilfreich, wenn man sich ein Objekt nicht direkt dreidimensional vorstellen kann oder will(weil man vielleicht einfach zu faul dazu ist).